

Aktier

Teorien bag investering

“At investere er at leve med usikkerhed – og at styre den”

Aarhus Universitet · Institut for Økonomi

Lærerversion

Indhold

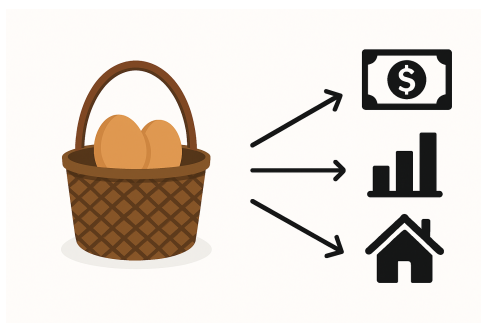
1	Aktier – teorien bag investering	2
1.1	Afkast	4
1.2	Risiko	6
1.3	Korrelation	10
1.4	Porteføljeafkast for to aktier	13
1.5	Porteføljerisiko for to aktier	16
2	Den optimale portefølje	19
3	Opgaver	21
3.1	Afkast	21
3.2	Risiko	21
3.3	Porteføljeafkast	24
3.4	Porteføljerisiko	25
3.5	Den optimale portefølje	25
4	Mundtlig eksamen: Spørgsmål og svar	27

1 Aktier – teorien bag investering

Du har sikkert hørt ordsproget: ”Man skal ikke lægge alle sine æg i én kurv.” Men hvad betyder det egentlig – især når det handler om penge og investering? Forestil dig, at du investerer alle dine penge i én enkelt aktie. Hvis det går godt, kan du tjene mange penge, men hvis det går galt, kan du miste det hele. Ved i stedet at sprede dine penge på flere forskellige aktier, mindsker du risikoen for store tab. Men betyder det så, at du bare skal fordele dine penge ligeligt på tværs af disse aktier? Eller giver det bedre mening at investere mere i nogle aktier og mindre i andre, alt efter hvor risikable – eller lovende – de er?

Det er netop den slags spørgsmål, som teorien bag investering prøver at besvare. Teorien hjælper os med at finde den rette balance mellem risiko og afkast ved at kombinere forskellige aktier på en smart måde. Det handler ikke kun om at finde den ”bedste” investering, men om at sammensætte en helhed, hvor de forskellige dele supplerer hinanden og gør din samlede investering mere robust overfor markedernes udsving. Denne måde at tænke på er ikke kun brugbar for privatpersoner, men banker og pensionskasser anvender også teorien til at skræddersy strategier, der både beskytter mod store tab og samtidig giver mulighed for gevinst.

Men hvorfor er det relevant for dig? Uanset om du drømmer om en fremtid i finansverdenen



eller du bare vil spare op til en rejse, en bolig eller en uddannelse, kan investeringsteorien hjælpe dig med at nå dine mål på en mere sikker og gennemtænkt måde. I dette forløb skal vi se nærmere på, hvordan investeringsteorien fungerer, og hvordan du kan bruge den i praksis. Du vil lære om risiko, afkast og hvordan man træffer velovervejede valg, hvilket er værdifulde redskaber for alle, der vil

have mere ud af deres penge.

For at få en introduktion til, hvad aktier er, hvorfor aktiemarkedet eksisterer, hvordan aktier handles, og hvorfor det kan være interessant for dig at investere, anbefales det at se de første tre minutter af denne video: [Video 1](#) (se indtil 2:40).

Video 1 (del 1) – Hvorfor findes aktiemarkedet?

Efter at have set den første del af videoen kan det være en god idé at reflektere over, hvorfor vi overhovedet har et aktiemarked? Det er samfundsmæssigt nyttigt at have en mekanisme, der allokerer kapital fra hvor den er overskydende (f.eks. privatpersonernes opsparingskonto) til hvor den skal bruges (f.eks. virksomheder, som skal bruge kapital). Aktiemarkedet fungerer som en slags bro, der forbinder opsparerne med virksomhederne. Når en investor stiller sine penge til rådighed for en virksomhed gennem aktier, forventer han eller hun til gengæld at få noget ud af det; nemlig muligheden for at tjene penge i fremtiden.

Afkast og risiko – investeringens to grundstøjler

De to vigtigste begreber, når det kommer til investering, er afkast (det du tjener) og risiko (usikkerheden omkring afkastet). For at få en bedre forståelse af afkast og risiko kan du se næste afsnit af videoen: [Video 1](#) (se indtil 9:24).

Video 1 (del 2) – Afkast og risiko

Efter anden del af videoen er det passende at reflektere over betydningen af de to begreber afkast og risiko. Det er klart, at et højt afkast er at foretrække for en investor. Men hvorfor er en lav risiko at foretrække? I eksemplet i videoen ender prisen for aktien med høj risiko samme sted som prisen for aktien med lav risiko. Hvorfor vil vi alligevel foretrække aktien med lav risiko? Der er to ting, som gør sig gældende her: (1) Tid spiller en afgørende rolle. På kort sigt kan aktiekurserne svinge meget op og ned. Hvis man pludselig får brug for sine penge, f.eks. på grund af uforudsete udgifter, risikerer man at skulle sælge netop i en periode, hvor prisen er lav. De store udsving, som kendetegner en aktie med høj risiko, kan derfor føre til et reelt tab, hvis man ikke kan vente på, at priserne stabiliserer sig. På længere sigt kan udsvingene udligne hinanden, men på kort sigt kan de skabe store tab, og det er netop her, lav risiko bliver en fordel. (2) Samtidig må vi huske, at selvom to aktier i et tænkt eksempel kan ende på den samme pris, så er fremtiden altid usikker. Det er derfor mere sandsynligt, at en aktie med høj risiko på et tidspunkt vil ende i tab, end at en aktie med lav risiko vil gøre det.

Nu vil vi sætte tal på begreberne afkast og risiko. For at blive en dygtig investor, der træffer

velovervejede beslutninger, er det afgørende at kunne *beregne* – eller rettere sagt, *estimere* – både det fremtidige afkast og den tilhørende risiko. Tænk på det, som om du er en meteorolog, der forudsiger vejret, men i stedet for at forudsige vejret, forudsiger du aktiernes fremtidige udvikling. Ligesom en meteorolog omhyggeligt studerer historiske vejrdata (temperaturmålinger, nedbørsmængder og vindhastigheder) for at danne et kvalificeret bud på morgendagens vejr, bruger investorer historiske finansielle data til at forudsige, hvordan en aktie vil klare sig i fremtiden.

Det er vigtigt at forstå, at vi ikke forsøger at spå om fremtiden med 100% sikkerhed. Det kan ingen. Aktiemarkedet er påvirket af utallige faktorer – alt fra globale økonomiske tendenser og politiske begivenheder til virksomhedsspecifikke nyheder og enkeltpersoners luner. Derfor er det umuligt at forudsige præcis, hvordan en aktie vil bevæge sig. I stedet for handler det om at bruge de tilgængelige data, primært aktiens historiske udvikling, til at danne os et informeret estimat af hvordan aktien vil udvikle sig i fremtiden. Vi prøver at finde ud af om en aktie generelt har haft en opadgående trend, og om der er gode grunde til at tro, at denne trend vil fortsætte (eller ændre sig).

1.1 Afkast

For at gøre dette mere håndgribeligt lad os tage udgangspunkt i to populære aktier: Apple og Tesla. Begge selskaber har haft betydelig vækst over de seneste år, men deres kursudviklinger har set meget forskellige ud.

Eksempel: Apple-aktien

Lad os sige, at du kigger på Apple-aktien, og du ser, at den i gennemsnit er steget 15% om året de seneste fem år. Det betyder ikke, at den vil stige 15% næste år, men det giver dig en idé om, hvad der kunne være muligt fremover. Det er som at sige, at det har regnet 10 dage i april de seneste fem år. Det betyder ikke, at det vil regne 10 dage næste april, men det er en god rettesnor.

Eksempel: Tesla-aktien

Forestil dig, at du er interesseret i at investere i Tesla, og du vil gerne forstå, hvordan aktiens afkast har set ud historisk. Du finder data for de seneste fem år:

År	Startkurs	Slutkurs	Afkast i kr.	Afkast i procent
1	100,00 kr.	120,00 kr.	20,00 kr.	20%
2	120,00 kr.	144,00 kr.	24,00 kr.	20%
3	144,00 kr.	165,60 kr.	21,60 kr.	15%
4	165,60 kr.	190,44 kr.	24,84 kr.	15%
5	190,44 kr.	238,05 kr.	47,61 kr.	25%

Hvad viser tabellen os?

Startkurs og slutkurs: Tabellen viser Tesla-aktiens kurs (dvs. pris) ved årtens start og slut.

Årligt afkast: Tabellen viser det *årslige* afkast, både i kroner og i procent. Bemærk, at selvom aktiekursen *generelt* er steget, er afkastet *ikke* det samme hvert år. Der er variation.

Afkast i kroner: Dette er forskellen mellem, hvad aktien kostede ved årets start, og hvad den var værd ved årets slutning.

Afkast i procent: Dette er det mest brugbare mål, fordi det sætter afkastet i forhold til prisen på den oprindelige investering. Det beregnes som:

$$((\text{Slutkurs} - \text{Startkurs}) / \text{Startkurs}) \cdot 100\%.$$

Beregning af det gennemsnitlige afkast: Vi er interesseret i det gennemsnitlige afkast over de fem år:

$$(20\% + 20\% + 15\% + 15\% + 25\%) / 5 = 19\%.$$

Fortolkning af det gennemsnitlige afkast: Over de fem år har Tesla i dette eksempel givet et gennemsnitligt årligt afkast på 19%. Baseret på dette kan man derfor forvente, at aktien også fremover vil give et afkast på omkring 19% om året. Det er dog vigtigt at understrege, at dette *ikke* er en garanti. Den historiske udvikling giver en indikation – ikke en forudsigelse – og fremtiden kan byde på både højere og lavere afkast.

Når vi beregner det gennemsnitlige afkast, bruger vi det som vores bedste bud eller estimat på, hvad aktien vil give i afkast i fremtiden. Vi ved godt, at aktien ikke nødvendigvis vil udvikle sig præcis som tidligere, men det historiske gennemsnit er alligevel et realistisk grundlag, som vi har for at lave vores vurdering af fremtiden.

Opsummering

Afkast handler om, hvor meget en investering ændrer værdi over tid. Ved at se på årlige prisændringer, og beregne både de enkelte afkast og deres historiske gennemsnit, får vi et tal, der kan danne pejlemærke for, hvad vi realistisk kan forvente fremover.

Opgaver om beregning af afkast er i Kapitel 3.1.

1.2 Risiko

Det er ikke tilstrækkeligt blot at kende det gennemsnitlige afkast. Det er også vigtigt at vurdere, hvor stabilt eller ustabilt dette afkast er. Det er her, risiko kommer ind i billedet. Nogle aktier har store udsving i kursen over tid. De kan stige kraftigt i perioder, men også falde markant. Disse aktier indebærer en høj risiko, fordi afkastet er mere uforudsigeligt – der er mulighed for store gevinster, men også for store tab. Andre aktier ændrer sig kun lidt i værdi. De har mindre udsving, hvilket gør afkastet mere stabilt og forudsigeligt. At forstå risiko er afgørende for investeringsbeslutninger, da det hjælper med at afveje potentialet for gevinst mod muligheden for tab.

Når vi skal finde ud af, om en aktie har høj eller lav risiko, kigger vi på, hvor meget aktiens pris svinger over tid. En god måde at forstå dette på er at tænke på aktien som en spiller på et fodboldhold. Forestil dig, at du er træner og skal vælge mellem to spillere, der begge scorer ét mål per kamp i gennemsnit. Den første spiller scorer næsten altid præcist ét mål hver kamp. Nogle gange scorer spilleren to mål, andre gange ingen, men afvigelserne er meget små, og du ved nogenlunde, hvad du kan forvente af spilleren. Den anden spiller er derimod meget uforudsigelig. Én kamp scorer spilleren måske fem mål, og i de næste fire kampe scorer spilleren slet ingen mål. Selvom gennemsnittet for begge spillere er det samme, er den første spiller mere pålidelig.

På samme måde fungerer det med aktier. En aktie med lav risiko er ligesom den stabile spiller. Den holder sig tæt på sit gennemsnitlige afkast. En aktie med høj risiko svarer til den uforudsigelige spiller, da dens afkast svinger voldsomt, både op og ned. For at finde ud af, hvor risikabel en aktie er, ser vi på, hvor meget aktiens afkast afviger fra det gennemsnitlige afkast hvert år. Jo større disse udsving er, jo mere usikkerhed er der, og dermed højere risiko.

Eksempel: Høj vs. lav risiko

Lad os se på to fiktive aktier, ”Solskins-aktien” og ”Stormvejrs-aktien”, over 5 år. Begge aktier har

et gennemsnitligt afkast på 5%, men se hvor forskellige de individuelle afkast er:

År	1	2	3	4	5
Solskins-aktien	6%	4%	5%	7%	3%
Stormvejrs-aktien	20%	-15%	15%	-5%	10%

Gennemsnitligt afkast for Solskins-aktien (lav risiko):

$$\frac{6\% + 4\% + 5\% + 7\% + 3\%}{5} = 5\%.$$

Gennemsnitligt afkast for Stormvejrs-aktien (høj risiko):

$$\frac{20\% - 15\% + 15\% - 5\% + 10\%}{5} = 5\%.$$

Læg mærke til, at Solskins-aktien holder sig tæt omkring sit gennemsnit på 5%, mens Stormvejrs-aktien svinger meget mere, både over og under. Selvom begge aktier i gennemsnit giver 5% i afkast, er Stormvejrs-aktien langt mere risikabel.

Beregning af risiko med standardafvigelse

Hvordan måler vi nu, hvor stor risikoen er? Vi måler risikoen ved at se på, hvor meget aktiens afkast "svinger" op og ned over tid. Jo mere afkastet svinger, jo større er risikoen. Helt præcis beregnes risikoen sådan:

1. Find først det gennemsnitlige afkast for alle årene.
2. Beregn derefter, hvor langt hvert års afkast ligger fra dette gennemsnit. Nogle år vil afkastet ligge over gennemsnittet, andre år under.
3. Kvadrater disse afvigelser (altså gang hvert tal med sig selv). Det gør vi, fordi vi ønsker at fjerne de negative tegn, så positive og negative afvigelser ikke ophæver hinanden (se forklaringen på næste side).
4. Tag gennemsnittet af de kvadrerede afvigelser.

Hvorfor kvadrerer vi afvigelserne?

Forestil dig, at du har tre afkast: ét ligger $+5\%$ over gennemsnittet, ét ligger -5% under gennemsnittet, og det sidste ligger præcis på gennemsnittet. Hvis du bare lægger afvigelserne sammen, får du:

$$+5\% + (-5\%) + 0\% = 0\%.$$

Det ser altså ud, som om der slet ikke er nogen udsving, men det passer jo ikke! Det ene år var højt over gennemsnittet, det andet langt under. Summen bliver nul, fordi de positive og negative tegn ophæver hinanden. Det skjuler den faktiske variation. Derfor kvadrerer vi hvert tal. Når man ganger en negativ værdi med sig selv, bliver resultatet positivt:

$$(+5\%)^2 = 25, \quad (-5\%)^2 = 25, \quad (0\%)^2 = 0.$$

Nu kan vi beregne gennemsnittet af de kvadrerede afvigelser:

$$\text{Gennemsnit} = \frac{25 + 25 + 0}{3} = \frac{50}{3} \approx 16,67.$$

Ved at kvadrere, sørger vi for, at alle udsving – både op og ned – tæller med som noget positivt. På den måde måler vi, *hvor meget* tallene svinger.

5. Til sidst tager vi kvadratroden af dette gennemsnit. Grunden til, at vi tager kvadratroden, er for at vende tilbage til den oprindelige enhed, efter at vi har kvadreret afvigelserne.

Dette resultat kalder vi aktiens *standardafvigelse*, og det giver os et mål for, hvor meget risiko, der er forbundet med aktien. Jo større tallet er, jo mere risikabel er aktien. På den måde hjælper standardafvigelsen dig til at vælge aktier, der passer bedst til din egen tryghed og dine forventninger om stabilitet. Vi giver den generelle formel for standardafvigelsen forneden, men lad os først kigge på et eksempel.

Eksempel: Tesla-aktien

Vi bruger Tesla-aktiens afkast over fem år som eksempel:

År	1	2	3	4	5
Afkast	20%	20%	15%	15%	25%

1. Gennemsnitlige afkast:

$$\frac{20\% + 20\% + 15\% + 15\% + 25\%}{5} = 19\%.$$

2. Afstand til gennemsnittet:

$$1\%, \quad 1\%, \quad -4\%, \quad -4\%, \quad 6\%.$$

3. Kvadrerede afstande:

$$(1\%)^2 = 0,0001, \quad (1\%)^2 = 0,0001, \quad (-4\%)^2 = 0,0016, \quad (-4\%)^2 = 0,0016, \quad (6\%)^2 = 0,0036.$$

4. Gennemsnit af de kvadrerede afstande:

$$\frac{0,0001 + 0,0001 + 0,0016 + 0,0016 + 0,0036}{5} = 0,0014.$$

5. Standardafvigelsen:

$$\sqrt{0,0014} \approx 0,0374 = 3,74\%.$$

Tesla-aktien har en standardafvigelse på ca. 3,74%. Det betyder, at aktien typisk afviger med ca. 3,74% fra sit gennemsnit på 19%.

Hvis du vil beregne standardafvigelsen for en hvilken som helst aktie over n år, kan du bruge denne generelle formel:

$$\text{Standardafvigelse} = \sqrt{\frac{(A_1 - \bar{A})^2 + (A_2 - \bar{A})^2 + (A_3 - \bar{A})^2 + \dots + (A_n - \bar{A})^2}{n}},$$

hvor $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ er aktiens afkast i hvert enkelt år, $\bar{A}$ er aktiens gennemsnitlige afkast og n er det samlede antal år, som du ser på. Denne formel viser præcist det samme som beregningen, som vi lavede med Tesla-aktien, men nu formuleret generelt, så du kan bruge den på enhver aktie.

En høj standardafvigelse betyder, at aktiens afkast svinger meget fra år til år, og at risikoen er høj. En lav standardafvigelse betyder, at aktiens afkast er stabilt og mere forudsigeligt, altså mindre risikabelt. Standardafvigelsen er således et værktøj til at forstå risikoen af aktier. Jo mere du ved om aktiens risiko, desto bedre beslutninger kan du træffe som investor.

Opsummering

Risiko handler om, at fremtiden er usikker. Vi ved ikke præcis, hvad der vil ske, men vi kan se, hvor meget noget har svinget tidligere og bruge det som et mål for, hvor usikkert det sandsynligvis vil være fremover. Når vi beregner standardafvigelsen, gør vi risiko til noget, vi kan sætte tal på og forholde os til. Vi kan ikke fjerne usikkerheden, men vi kan forstå og tage højde for den.

Opgaver om beregning af standardafvigelse er i Kapitel 3.2.

Før du læser videre, anbefales det at se resten af videoen fra før: [Video 1](#). Videoklippen giver en intuitiv gennemgang af, hvorfor det er vigtigt at sprede sine investeringer. Centrale begreber er diversificering samt forskellige strategier til at investere i flere typer aktier, så de kan supplere og understøtte hinanden.

Video 1 (del 3) – Diversificering

Efter at have set videoen er det en god idé at stoppe op og tænke over, hvad “diversificering” egentlig betyder? Kort sagt handler diversificering om at sprede sine investeringer på flere forskellige aktier i stedet for at satse på én eller få. Forestil dig, at du vil investere dine egne penge. Ville du satse på én bestemt aktie, som du har størst tiltro til? Eller ville du fordele pengene på flere forskellige aktier? Mange private investorer vælger ofte den første løsning. De føler sig trygge ved nogle få virksomheder, fordi de f.eks. har en god mavefornemmelse eller har læst lidt om netop disse aktier. Det kan også skyldes, at de synes, diversificering virker en smule “kedeligt” sammenlignet med at satse stort på én enkelt aktie. Men som vi vil illustrere nedenfor, er diversificering en af de mest effektive metoder til at opnå et højt afkast med lav risiko.

1.3 Korrelation

Når du investerer dine penge i mere end én aktie, kalder man det for en *aktieportefølje* – eller bare en *portefølje*. Formålet med en portefølje er at maksimere dit afkast, men samtidig minimere risikoen for store tab. Hvis du kun investerer i én aktie, er du meget sårbar. Et markant fald i denne ene aktie kan medføre et stort tab. Derfor er det en smart idé at investere i flere aktier, så risikoen bliver spredt ud over flere aktier.

Eksempel: SAS-aktien

SAS-aktien er et konkret eksempel fra den virkelige verden, der illustrerer risikoen ved kun at investere i én aktie. Du kan læse mere om SAS-eksemplet i følgende nyhedsartikel: [Artikel fra TV2](#).

For at udnytte fordelene ved diversificering er det vigtigt at forstå, hvordan to aktiers afkast bevæger sig i forhold til hinanden. Det kaldes korrelation. Korrelation beskriver, om to ting bevæger sig i samme retning (positiv korrelation), modsat retning (negativ korrelation) eller tilfældigt i forhold til hinanden (ingen korrelation).

Forestil dig to børn, der gynger ved siden af hinanden på en legeplads. Hvis begge børn gynger frem og tilbage i samme takt – altså fremad og tilbage samtidig – siger vi, at deres bevægelser har en *positiv korrelation*. På samme måde er to aktier *positivt korrelerede*, hvis de typisk bevæger sig i samme retning: Når én aktie stiger, så stiger den anden også.

Forestil dig nu, at det ene barn gynger fremad, mens det andet gynger bagud. Når det ene barn er på vej op, er det andet barn på vej ned. Her siger vi, at deres bevægelser har en *negativ korrelation*. På aktiemarkedet betyder negativ korrelation, at når én aktie stiger, falder den anden aktie. De bevæger sig altså i modsatte retninger.

Til sidst kan vi forestille os to børn, der gynger helt uden hensyn til hinanden. De bevæger sig hverken synkront eller modsat, men fuldstændigt tilfældigt. Her siger vi, at der *ikke er nogen korrelation* mellem deres bevægelser. På samme måde betyder det på aktiemarkedet, at to aktier bevæger sig uafhængigt af hinanden. De følger ikke noget bestemt mønster i forhold til hinanden.

Hvorfor betyder korrelation noget for dine investeringer?

Hvis du investerer i flere forskellige aktier, som typisk bevæger sig på samme måde (altså har en positiv korrelation), så betyder det, når én aktie falder, vil de andre sandsynligvis også falde. Dermed kan du hurtigt miste mange penge på én gang, fordi din risiko er samlet i aktier, der reagerer ens på ændringer i markedet.

På den anden side, hvis du vælger aktier, der bevæger sig forskelligt, det vil sige, at nogle går op, når andre går ned (negativ korrelation), så kan du mindske risikoen for at opleve store tab samtidig. Det er nøglen til at beskytte din samlede investering mod store nedture i aktiemarkedet.

Eksempel: Flyselskab og olieselskab

Forestil dig, at du investerer alle dine penge i to forskellige flyselskaber (f.eks. SAS og Lufthansa).

De har en høj positiv korrelation, fordi begge påvirkes af stort set de samme faktorer. Hvis olieprisen pludselig stiger voldsomt, bliver flybrændstof dyrere, hvilket betyder øgede omkostninger og lavere overskud for begge selskaber. Aktiekurserne vil derfor typisk falde samtidig, og du taber penge på begge aktier på én gang.

Hvis du derimod investerer dine penge både i et flyselskab (f.eks. Lufthansa) og i et olieselskab (f.eks. ExxonMobil), har du valgt to aktier med en negativ korrelation, fordi det, der er dårligt for flyselskabet (høj oliepris), ofte er godt for olieselskabet (som tjener mere ved højere oliepriser). I det tilfælde vil en høj oliepris betyde, at Lufthansa-aktien falder, men ExxonMobil-aktien stiger, og på den måde modvirker de hinandens udsving. Det betyder, at du undgår store tab på én gang, og du får en mere stabil og sikker investering samlet set.

Eksempel: Apple og Tesla

Lad os se på følgende data for Apple og Tesla over tre år:

År	1	2	3
Apple	10%	5%	-2%
Tesla	8%	4%	-3%

Vi ser, at aktierne bevæger sig meget ens. De stiger eller falder typisk samtidig. Det betyder, at Apple og Tesla har en positiv korrelation.

Når korrelation beregnes, anvendes en matematisk formel, der bruger historiske data fra aktierne. Denne formel måler præcist, om aktierne typisk bevæger sig i samme retning (positiv korrelation), modsat retning (negativ korrelation), eller om de slet ikke følger hinanden (ingen korrelation). Korrelationen er et tal mellem -1 og 1 . Jo tættere tallet er på 1 , jo stærkere er den positive korrelation. Jo tættere tallet er på -1 , desto stærkere er den negative korrelation. Et tal tæt på 0 viser, at aktierne bevæger sig tilfældigt og uafhængigt af hinanden.

En korrelation på f.eks. $0,5$ betyder, at aktierne *ofte*, men ikke altid, bevæger sig i samme retning. Hvis den ene aktie stiger i pris, så er der en god chance for, at den anden også gør, men det er ikke garanteret. Nogle gange vil de gå hver sin vej. Det svarer til, at to børn gynger næsten i takt, men ikke helt perfekt. Nogle gange rammer de hinandens rytme og andre gange ikke.

Eksempel: Tech-branchen

Læs følgende artikel om en fremtidsanalytiker: [Artikel fra Børsen](#). Før du læser svaret nedenfor: Brug din viden om, hvordan korrelationen mellem aktier fra den samme branche påvirker risikoen

i en portefølje, til at vurdere fremtidsanalytikerens investeringsstrategi.

Svar

I artiklen fortæller fremtidsanalytikerens, at hun gerne vil købe aktier fra flere virksomheder fra tech-branchen,¹ fordi det er en branche, som hun kender godt. Det kan umiddelbart virke fornuftigt, men hun overser en vigtig pointe. Aktier fra samme branche har ofte tendens til at bevæge sig i samme retning.

F.eks., hvis elpriserne stiger kraftigt, bliver det dyrere for tech-virksomheder at drive deres store datacentre. Det kan presse virksomhedernes overskud ned. Hvis man kun ejer tech-aktier, risikerer man, at de alle reagerer negativt på de samme nyheder. Disse virksomheder minder nemlig meget om hinanden og har derfor en høj, positiv korrelation. Derfor giver det ikke meget ekstra sikkerhed at sprede sine investeringer inden for samme branche. Hvis man i stedet vælger aktier fra forskellige brancher, kan man mindske risikoen, fordi de ikke nødvendigvis påvirkes af de samme forhold. F.eks. kunne man kombinere tech-aktier med aktier fra et selskab, der producerer elektricitet som Ørsted. Når elpriserne stiger vil disse selskaber kunne øge deres indtjening, og deres aktier vil derfor udvikle sig positivt, netop når tech-aktierne falder. På den måde balancerer man sin portefølje bedre og opnår en mere effektiv risikospredning.

Opsummering

Når vi ser på korrelationen, prøver vi at forstå, hvordan to aktier bevæger sig i forhold til hinanden. Dette hjælper os med at sammensætte bedre porteføljer, der kan modstå udsving i markedet. Korrelationen giver os altså et vigtigt redskab til at sprede vores risiko og træffe smartere investeringsbeslutninger.

1.4 Porteføljeafkast for to aktier

At investere i en portefølje kan sammenlignes med at sprede sine æg ud i flere kurve i stedet for at lægge dem alle i én. Målet er at sprede risikoen og samtidig at opnå et godt samlet afkast. I dette

¹Tech-branchen (eller teknologibranchen) dækker over virksomheder, der udvikler eller bruger teknologi som en central del af deres forretning. Det kan f.eks. være firmaer, der laver software, computere, mobiltelefoner, internettjenester eller digitale platforme. Kendte eksempler er Apple, Microsoft, Alphabet (tidligere Google) og Meta (tidligere Facebook).

afsnit ser vi på en portefølje bestående af to aktier og stiller spørgsmålet: Hvordan finder man ud af, hvor meget man kan forvente at tjene på sin portefølje.

Forestil dig, at du har sparet nogle penge op og beslutter dig for at købe aktier fra to virksomheder: Microsoft og Novo Nordisk. Antag, at Microsoft i mange år har haft et højt og stabilt afkast, mens Novo Nordisk har været mere svingende – men også med mulighed for store gevinster. Når du lægger dine penge i begge aktier, er det naturligt at spørge: Hvor meget kan jeg forvente at tjene samlet set? For at kunne svare på det spørgsmål, skal du kende to ting.

For det første, hvor stor en andel af dine penge har du placeret i hver af de to aktier. Det kalder vi for aktiernes *andele* i porteføljen. Hvis du f.eks. har investeret halvdelen af dine penge i Microsoft og halvdelen i Novo Nordisk, siger vi, at de har lige stor andel – 50% hver. Hvis du derimod har lagt 70% i Microsoft og kun 30% i Novo Nordisk, så har Microsoft en større andel, og den vil fylde mere i det samlede billede. Bemærk, at vi udtrykker andelen i procent i stedet for i kroner og øre. Dette gør det muligt at se bort fra selve investeringens størrelse, så formlerne gælder uanset om du investerer 1.000kr. eller 100.000kr. Senere i forløbet skal vi se på, hvordan man vælger en god fordeling mellem aktierne. Altså hvordan man bestemmer andelen på en smart måde.

For det andet, hvad du forventer, at hver aktie vil give i afkast over en bestemt periode; f.eks. et år. Disse forventede afkast har vi allerede arbejdet med tidligere, da vi så på, hvordan man kan beregne det forventede afkast for en enkelt aktie baseret på historiske data.

Når du har de oplysninger, kan du beregne porteføljeafkastet ved at tage en slags gennemsnit, men ikke et helt almindeligt gennemsnit. Du tager nemlig hensyn til, hvor meget du har investeret i hver aktie. Det betyder, at den aktie, du har investeret mest i, også får størst indflydelse på det samlede afkast.

Eksempel 1: Portefølje

Lad os sige, at du investerer 60% af dine penge i Apple og 40% i Tesla, og du forventer, at Apple vil give et afkast på 10% om året, og Tesla vil give 5%. For at finde porteføljeafkastet ganger du hver akties afkast med den andel, du har investeret i den, og så lægger du de to tal sammen:

$$\begin{aligned}\text{Porteføljeafkast} &= (0,60 \cdot 10\%) + (0,40 \cdot 5\%) \\ &= 6\% + 2\% \\ &= 8\%.\end{aligned}$$

Det betyder, hvis alt går som forventet, at du vil tjene 8% på din samlede investering efter et år. Har du f.eks. investeret 10.000kr. kan du forvente at tjene 800kr. efter et år.

Eksempel 2: Portefølje

Hvad sker der, hvis du ændrer fordelingen og i stedet for investerer 30% i Apple og 70% i Tesla? Så skal vi lave samme beregning, bare med de nye andele:

$$\begin{aligned}\text{Porteføljeafkast} &= (0,30 \cdot 10\%) + (0,70 \cdot 5\%) \\ &= 3\% + 3,5\% \\ &= 6,5\%.\end{aligned}$$

Nu er det samlede forventede afkast 6,5%. Det er lavere end i det første eksempel, og det skyldes, at du har flyttet en større del af dine penge over til Tesla, som har et lavere forventet afkast end Apple.

Dette viser noget vigtigt: Når du ændrer fordelingen af dine penge mellem aktierne, ændrer du også det samlede afkast, som du kan forvente. Jo mere du investerer i en bestemt aktie, jo større indflydelse har den på porteføljens samlede afkast. Derfor er det vigtigt at tænke nøje over, hvordan du fordeler dine investeringer.

Generelt gælder der, at det forventede afkast for en portefølje bestående af to aktier beregnes som:

$$\text{Porteføljeafkast} = p_1 \cdot a_1 + p_2 \cdot a_2,$$

hvor p_1 og p_2 er porteføljeandelene af den samlede investering i henholdsvis aktie 1 og aktie 2 og a_1 og a_2 er det forventede afkast for de to aktier. Læg mærke til, at andelene skal summe til 1 (eller 100%):

$$p_1 + p_2 = 1.$$

Hvis du f.eks. investerer 70% i én aktie, skal du investere 30% i den anden aktie. Hele din investering skal jo fordeles mellem de to aktier.

Opsummering

Porteføljeafkast handler om at finde det samlede forventede afkast, når du spreder dine penge mellem to aktier. Du ganger hvert akties forventede afkast med den andel af din investering, der er placeret i netop den aktie, og summerer resultaterne. På den måde får du ét tal, der viser, hvor meget du i gennemsnit kan forvente at tjene på hele din portefølje, og du kan se, hvordan ændringer i fordelingen (f.eks. 60/40 vs. 30/70) påvirker det samlede afkast.

En opgave om beregning af porteføljeafkast er i Kapitel 3.3.

1.5 Porteføljerisiko for to aktier

Nu skal vi se nærmere på, hvordan vi finder risikoen af en portefølje, som består af to aktier. Tidligere har vi talt om risikoen for én enkelt aktie, f.eks. Apple eller Tesla. Men hvad sker der med risikoen, hvis vi investerer i to aktier samtidig?

Forestil dig, at du investerer dine penge i både Apple og Tesla. Din samlede risiko afhænger selvfølgelig stadig af risikoen af hver enkelt aktie. Hvis Apple er en aktie med lav risiko og Tesla er en aktie med høj risiko, vil risikoen i din samlede portefølje afhænge af, hvor meget du har investeret i hver aktie. Hvis du investerer en større del i Tesla, vil porteføljens risiko bevæge sig i retning af Teslas højere risiko. Omvendt, hvis du har mest i Apple, vil risikoen trække i retning af Apples lave risiko.

Men ud over, hvor mange penge du investerer i hver aktie, er der en anden vigtig faktor, som du skal være opmærksom på – nemlig den måde, som aktierne svinger i forhold til hinanden. Det er netop det, vi tidligere har kaldt aktiernes korrelation, altså om de bevæger sig i samme retning eller ej. Risikoen i din portefølje afhænger derfor ikke kun af, hvor meget Apple og Tesla hver især svinger, men også af hvordan de svinger i forhold til hinanden. Hvis de ofte bevæger sig i modsatte retninger – når den ene stiger, falder den anden – kan de til en vis grad udligne hinanden. Det mindsker den samlede risiko. Omvendt, hvis aktierne plejer at stige og falde samtidig, forstærker de hinandens udsving, og risikoen i porteføljen stiger.

Når du skal finde ud af, hvor høj risikoen i en portefølje med to aktier er, skal du først kigge på risikoen for de enkelte aktier. Derefter skal du undersøge, hvordan aktierne påvirker hinanden. Selve beregningen af risiko med formler bygger præcist på denne intuition: Jo bedre aktierne beskytter

hinanden, desto lavere bliver risikoen i porteføljen. Jo mere de følges ad, desto højere risiko får du samlet set.

Formlen, som vi bruger til at finde risikoen i porteføljen, kaldes for porteføljens standardafvigelse. Lad os starte med at kigge på den generelle formel:

$$\sigma_p = \sqrt{p_1^2 \cdot \sigma_1^2 + p_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}}.$$

Lad os diskutere denne formel trin for trin:

- σ_p er risikoen for den samlede portefølje; altså netop dét, som vi gerne vil finde.
- p_1 og p_2 er andelen af pengene, som investeres i aktie 1 og aktie 2.
- σ_1 og σ_2 er risikoen (standardafvigelsen) for hver enkelt aktie.
- ρ_{12} er korrelationen mellem aktierne.

Eksempel 1: Porteføljerisiko

Lad os tage et eksempel for at gøre det helt klart. Forestil dig, at du investerer halvdelen af dine penge i Apple og halvdelen i Tesla. Apple har en risiko (standardafvigelse) på 10%, mens Tesla har en højere risiko på 20%, og korrelationen mellem Apple og Tesla er 0,5. Formlen for porteføljens standardafvigelse er:

$$\sigma_p = \sqrt{p_1^2 \cdot \sigma_1^2 + p_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}}.$$

Med værdierne $p_1 = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\sigma_1 = 0,1$, $\sigma_2 = 0,2$ og $\rho_{12} = 0,5$ bliver det således:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{(0,5^2 \cdot 0,1^2) + (0,5^2 \cdot 0,2^2) + (2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,5)} \\ &= \sqrt{(0,25 \cdot 0,01) + (0,25 \cdot 0,04) + (2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,5)} \\ &= \sqrt{0,0025 + 0,01 + 0,005} \\ &= \sqrt{0,0175} \\ &= 0,1323 \\ &= 13,23\%.\end{aligned}$$

Porteføljens risiko er altså 13,23%. Det betyder, at den ligger mellem Apples risiko (10%) og Teslas risiko (20%).

Eksempel 2: Porteføljerisiko

Lad os nu betragte det samme eksempel, men antag at korrelationen er $-0,5$. Værdierne er derfor $p_1 = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\sigma_1 = 0,1$, $\sigma_2 = 0,2$ og $\rho_{12} = -0,5$. Så formelen bliver:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{(0,5^2 \cdot 0,1^2) + (0,5^2 \cdot 0,2^2) + (2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot (-0,5))} \\ &= \sqrt{(0,25 \cdot 0,01) + (0,25 \cdot 0,04) + (2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot (-0,5))} \\ &= \sqrt{0,0025 + 0,01 - 0,005} \\ &= \sqrt{0,0075} \\ &= 0,0866 \\ &= 8,66\%.\end{aligned}$$

Porteføljens risiko er altså faldet ned til 8,66%. Det er lavere end risikoen på hver enkelt aktie (10% og 20%). Det skyldes netop den negative korrelation. Fordi de to aktier ofte bevæger sig modsat hinanden, beskytter de hinanden mod store fælles tab. Ved at investere i begge aktier falder den samlede risiko altså markant.

De to eksempler viser, hvilken forskel *korrelationen* mellem aktier kan gøre for risikoen i en portefølje. I begge tilfælde investerer du halvdelen af dine penge i Apple og halvdelen i Tesla. De to aktier har præcis samme risiko og det eneste, der ændrer sig, er korrelationen – altså hvordan aktierne bevæger sig i forhold til hinanden. I det første eksempel er korrelationen positiv ($+0,5$), og porteføljens risiko er 13,23%. I det andet eksempel er korrelationen negativ ($-0,5$), og porteføljens risiko falder til 8,66%. Det er en stor forskel, som kun skyldes, at aktierne i det ene tilfælde bevæger sig nogenlunde i takt, og i det andet tilfælde bevæger sig modsat hinanden.

Hvis aktierne plejer at stige og falde samtidig (som i eksempel 1), forstærker de hinandens udsving. Hvis det går dårligt, går det dårligt for dem begge, og så taber du mange penge på én gang. Men hvis aktierne plejer at bevæge sig i hver sin retning (som i eksempel 2), kan de udligne hinanden. Når den ene falder, stiger den anden, og så bliver det samlede resultat mere stabilt.

Opsummering

Porteføljerisiko er den samlede usikkerhed, som du står med, når du spreder dine penge på to aktier. Den afhænger af, hvor meget hver enkelt aktie typisk svinger, og hvor stor en andel af din portefølje du har i hver aktie.

En opgave om beregning af porteføljerisiko er i Kapitel 3.4.

2 Den optimale portefølje

For at få mest muligt ud af dette næste afsnit, anbefales det at se denne video: [Video 2](#).

I videoen arbejdes med spørgsmålet, hvordan finder man den optimale portefølje? Vi så, at vi kan finde den optimale portefølje ved at kigge på en graf, der viser afkast-risiko-forholdet for forskellige kombinationer af de to aktier, og finde det punkt, hvor grafen har sit toppunkt. Baseret på aktierne Microsoft og Vestas så vi, at den optimale portefølje består af 42% Microsoft og 58% Vestas. Det betyder, hvis man har 10.000kr., så skal man investere 4.200kr. i Microsoft og 5.800kr. i Vestas for at få den bedst mulige balance mellem afkast og risiko.

Det er faktisk ikke kun ved hjælp af en graf, at man kan finde den optimale portefølje for Microsoft og Vestas. Der findes også en formel, der gør det muligt at regne sig frem til den optimale fordeling mellem de to aktier. Hvis vi lader p_M repræsentere den andel, der skal investeres i Microsoft og p_V den andel, der skal investeres i Vestas, ser formelen således ud:

$$p_M = \frac{a_M \cdot \sigma_V^2 - a_V \cdot \sigma_M \cdot \sigma_V \cdot \rho_{MV}}{a_M \cdot \sigma_V^2 + a_V \cdot \sigma_M^2 - (a_M + a_V) \cdot \sigma_M \cdot \sigma_V \cdot \rho_{MV}},$$
$$p_V = 1 - p_M,$$

hvor a_M og a_V er de forventede afkast for henholdsvis Microsoft og Vestas, σ_M og σ_V er standardafvigelse for de to aktier, og ρ_{MV} er korrelationen mellem dem.

For at illustrere, hvordan formelen bruges, lad os bruge værdierne for Microsoft og Vestas fra eksemplet:

$$a_M = 0,09, \quad a_V = 0,06, \quad \sigma_M = 0,35, \quad \sigma_V = 0,25, \quad \rho_{MV} = -0,4.$$

Vi indsætter værdierne i formelen og finder, at Microsofts andel er:

$$p_M = \frac{0,09 \cdot (0,25)^2 - 0,06 \cdot 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,4)}{0,09 \cdot (0,25)^2 + 0,06 \cdot (0,35)^2 - (0,09 + 0,06) \cdot 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,4)}$$
$$= 0,42.$$

Herefter beregnes andelen for Vestas:

$$p_V = 1 - p_M = 1 - 0,42 = 0,58,$$

hvilket netop svarer til vores grafiske løsning: 42% i Microsoft og 58% i Vestas.

Formlen kan også skrives op i en mere generel version, der gælder for alle porteføljer bestående af to aktier – for eksempel *aktie 1* og *aktie 2*, som kan være hvilke som helst to virksomheder, du ønsker at investere i. Den generelle formel ser sådan ud:

$$p_1 = \frac{a_1 \cdot \sigma_2^2 - a_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}}{a_1 \cdot \sigma_2^2 + a_2 \cdot \sigma_1^2 - (a_1 + a_2) \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}},$$
$$p_2 = 1 - p_1,$$

- p_1 og p_2 er andelen af pengene, som skal investeres i aktie 1 og aktie 2
- a_1 og a_2 er de forventede afkast for aktie 1 og aktie 2
- σ_1 og σ_2 er risikoen (standardafvigelsen) for aktie 1 og aktie 2
- ρ_{12} er korrelationen mellem aktierne.

Denne formel giver dig altså mulighed for at finde den optimale fordeling mellem to vilkårlige aktier, uanset om det er Microsoft og Vestas, Novo Nordisk og Mærsk, eller to helt andre virksomheder.

Opsummering

Den optimale portefølje er den sammensætning af to aktier, der giver den bedste balance mellem afkast og risiko. Den kan både bestemmes grafisk og beregnes via en formel. Derved får man præcist den procentvise fordeling, der maksimerer afkastet under minimal risiko, uanset hvilke to aktier der vælges.

En opgave om beregning af den optimale portefølje er i Kapitel 3.5.

3 Opgaver

3.1 Afkast

Opgave 1: Årligt afkast

En aktie koster 100 kr. ved årets start og ved årets slutning koster den 112 kr.

1. Hvad er afkastet i kroner?
2. Hvad er afkastet i procent?

Løsning:

1. Afkast i kroner = Slutkurs - Startkurs = 112 kr. - 100 kr. = 12 kr.
2. Afkast i procent = $\frac{\text{Slutkurs} - \text{Startkurs}}{\text{Startkurs}} \cdot 100\% = \frac{12 \text{ kr.}}{100 \text{ kr.}} \cdot 100\% = 12\%$.

Opgave 2: Gennemsnitlige årlige afkast

En akties afkast over tre år er:

- År 1: 8%
- År 2: -3%
- År 3: 10%

Hvad er det gennemsnitlige årlige afkast?

Løsning:

$$\text{Gennemsnitlige årlige afkast} = \frac{8\% + (-3\%) + 10\%}{3} = \frac{15\%}{3} = 5\%$$

3.2 Risiko

Opgave 1: Standardafvigelse

En akties afkast over tre år er:

- År 1: 5%
- År 2: 2%

- År 3: 8%

Beregn standardafvigelsen for aktiens afkast.

Løsning:

1. Gennemsnitligt afkast:

$$\bar{A} = \frac{5\% + 2\% + 8\%}{3} = 5\%$$

2. Afvigelser:

- År 1: $5\% - 5\% = 0\%$
- År 2: $2\% - 5\% = -3\%$
- År 3: $8\% - 5\% = 3\%$

3. Gennemsnit af kvadrerede afvigelser:

$$\frac{0^2 + (-3\%)^2 + (3\%)^2}{3} = \frac{0 + 0,0009 + 0,0009}{3} = 0,0006$$

4. Standardafvigelse:

$$\sigma = \sqrt{0,0006} \approx 0,0245 = 2,45\%$$

Standardafvigelsen er ca. 2,45%.

Opgave 2: Standardafvigelse – med negativt afkast

En akties afkast over fire år er:

- År 1: 10%
- År 2: -4%
- År 3: 6%
- År 4: 2%

Beregn standardafvigelsen.

Løsning:

1. Gennemsnitligt afkast:

$$\bar{A} = \frac{10\% - 4\% + 6\% + 2\%}{4} = 3,5\%$$

2. Afvigelser:

- År 1: $10\% - 3,5\% = 6,5\%$
- År 2: $-4\% - 3,5\% = -7,5\%$
- År 3: $6\% - 3,5\% = 2,5\%$
- År 4: $2\% - 3,5\% = -1,5\%$

3. Gennemsnit af kvadrerede afvigelser:

$$\frac{(6,5\%)^2 + (-7,5\%)^2 + (2,5\%)^2 + (-1,5\%)^2}{4} = \frac{0,004225 + 0,005625 + 0,000625 + 0,000225}{4} = 0,002675$$

4. Standardafvigelse:

$$\sigma = \sqrt{0,002675} \approx 0,0517 = 5,17\%$$

Standardafvigelsen er ca. 5,17%.

Opgave 3: Standardafvigelse – sammenligning

To aktier, A og B, har følgende afkast over 5 år. Hvilken aktie har størst risiko (højest standardafvigelse)?

- Aktie A: 2%, 4%, 6%, 8%, 10%
- Aktie B: 5%, 0%, 5%, 10%, 15%

Løsning:**Aktie A:**

1. Gennemsnit: $\bar{A} = (2\% + 4\% + 6\% + 8\% + 10\%)/5 = 6\%$
2. Afvigelser: -4%, -2%, 0%, 2%, 4%

3. Gennemsnit af kvadrerede afvigelser:

$$\frac{(-4\%)^2 + (-2\%)^2 + 0^2 + (2\%)^2 + (4\%)^2}{5} = \frac{0,0016 + 0,0004 + 0 + 0,0004 + 0,0016}{5} = 0,0008$$

4. Standardafvigelse:

$$\sigma_A = \sqrt{0,0008} \approx 0,0283 = 2,83\%$$

Aktie B:

1. Gennemsnit: $\bar{B} = (5 + 0 + 5 + 10 + 15)/5 = 7\%$

2. Afvigelser: 2%, -7%, 2%, 3%, 8%

3. Gennemsnit af kvadrerede afvigelser:

$$\frac{(2\%)^2 + (-7\%)^2 + (2\%)^2 + (3\%)^2 + (8\%)^2}{5} = \frac{0,0004 + 0,0049 + 0,0004 + 0,0009 + 0,0064}{5} = 0,0026$$

4. Standardafvigelse:

$$\sigma_B = \sqrt{0,0026} \approx 0,051 = 5,1\%$$

Aktie B har størst standardafvigelse (ca. 5,1%) og er derfor den mest risikofyldte.

3.3 Porteføljeafkast

Opgave 1: Beregning af porteføljeafkast

Antag, at du har sparet penge op, som du vil investere i to aktier:

- Du investerer 40 % af beløbet i Aktie A, som du forventer vil give 8% i afkast.
- Du investerer 60% af beløbet i Aktie B, som du forventer vil give 12% i afkast.

Beregn det samlede forventede afkast for din portefølje.

Løsning:

$$\text{Porteføljeafkast} = 0,4 \cdot 0,08 + 0,6 \cdot 0,12 = 0,032 + 0,072 = 0,104 = 10,4\%.$$

3.4 Porteføljerisiko

Opgave 1: Beregning af porteføljerisiko

Antag, at du har sparet penge op, som du vil investere i to aktier med følgende egenskaber:

- Aktie A: standardafvigelse $\sigma_1 = 15\%$.
- Aktie B: standardafvigelse $\sigma_2 = 10\%$.
- Du investerer 50% i hver aktie, dvs. $p_1 = 0,5$ og $p_2 = 0,5$.
- Korrelationen mellem de to aktiers afkast er $\rho_{12} = 0,2$.

Brug formelen

$$\sigma_p = \sqrt{p_1^2 \cdot \sigma_1^2 + p_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}}$$

til at beregne porteføljens standardafvigelse σ_p .

Løsning:

$$p_1^2 \cdot \sigma_1^2 = 0,5^2 \cdot 0,15^2 = 0,25 \cdot 0,0225 = 0,005625,$$

$$p_2^2 \cdot \sigma_2^2 = 0,5^2 \cdot 0,10^2 = 0,25 \cdot 0,01 = 0,0025,$$

$$2 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12} = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,15 \cdot 0,10 \cdot 0,2 = 0,0015,$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,005625 + 0,0025 + 0,0015} = \sqrt{0,009625} \approx 0,0981 = 9,81\%.$$

3.5 Den optimale portefølje

Opgave 1: Find den optimale portefølje

Antag, at du kan vælge mellem følgende to aktier til din portefølje: Aktie *Amazon* har et forventet afkast på 8% og en standardafvigelse på 20%. Aktie *Siemens* har et forventet afkast på 5% og en standardafvigelse på 15%. Korrelationen mellem de to aktier er $\rho_{AS} = 0,3$. Brug formelen for den optimale portefølje til at finde Amazons andel i den optimale portefølje:

$$p_A = \frac{a_A \cdot \sigma_S^2 - a_S \cdot \sigma_A \cdot \sigma_S \cdot \rho_{AS}}{a_A \cdot \sigma_S^2 + a_S \cdot \sigma_A^2 - (a_A + a_S) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_S \cdot \rho_{AS}}.$$

Find derefter Siemens' andel i den optimale portefølje.

Løsning:

Beregn kvadraterne af standardafvigelse:

$$\sigma_S^2 = 0,15^2 = 0,0225, \quad \sigma_A^2 = 0,20^2 = 0,04.$$

Beregn tælleren af formelen for den optimale portefølje:

$$a_A \cdot \sigma_S^2 - a_S \cdot \sigma_A \cdot \sigma_S \cdot \rho_{AS} = 0,08 \cdot 0,0225 - 0,05 \cdot 0,20 \cdot 0,15 \cdot 0,30 = 0,00180 - 0,00045 = 0,00135.$$

Beregn nævneren af formelen for den optimale portefølje:

$$\begin{aligned} & a_A \cdot \sigma_S^2 + a_S \cdot \sigma_A^2 - (a_A + a_S) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_S \cdot \rho_{AS} \\ &= 0,08 \cdot 0,0225 + 0,05 \cdot 0,0400 - 0,13 \cdot 0,20 \cdot 0,15 \cdot 0,30 = 0,00180 + 0,00200 - 0,00117 = 0,00263. \end{aligned}$$

Amazons andel:

$$p_A = \frac{0,00135}{0,00263} \approx 0,513 = 51,3\%.$$

Siemens' andel:

$$p_S = 1 - p_A = 1 - 0,513 = 0,487 = 48,7\%.$$

Dermed er den optimale fordeling 51,3% i Amazon og 48,7% i Siemens.

4 Mundtlig eksamen: Spørgsmål og svar

Dette afsnit samler en række centrale spørgsmål, som kan indgå i en mundtlig eksamen. Formålet er at træne forståelsen af begreberne og at give eksempler på, hvordan man kan svare præcist og begrundet.

Mundtlig eksamensboks: Korrelation og diversificering

Formål. Teste elevens forståelse af, hvordan korrelation mellem aktier påvirker risiko og hvorfor diversificering virker.

1) Begrebsforståelse

- **Spørgsmål:** Hvad betyder det, at to aktier er positivt hhv. negativt korrelerede?

Forventet svar: Positiv korrelation: aktierne tenderer til at bevæge sig i samme retning. Negativ korrelation: de tenderer at bevæge sig i modsatte retninger. Korrelationen ligger mellem -1 og 1 .

- **Opfølger:** Hvad betyder en korrelation tæt på 0?

Forventet svar: Ingen systematisk sammenhæng i bevægelserne.

2) Intuition og eksempel

- **Spørgsmål:** Forklar med egne ord, hvorfor to flyselskaber typisk har en høj positiv korrelation, og hvorfor et flyselskab og et olieselskab typisk har en negativ korrelation.

Forventet svar: To flyselskaber har ofte en positiv korrelation, fordi de påvirkes af de samme faktorer som f.eks. oliepriser og efterspørgsel på rejser. Når brændstof bliver dyrere, falder begge aktier typisk, og når brændstof bliver billigere, stiger de. Et flyselskab og et olieselskab har ofte en negativ korrelation, fordi høje oliepriser er dårlige for flyselskaber men gode for olieselskaber, så aktiekurserne bevæger sig modsat.

- **Opfølger:** Rigtigt eller forkert: Hvis to aktier har en negativ korrelation, falder de altid samtidig.

Forventet svar: Forkert. En negativ korrelation betyder, at de ofte bevæger sig i modsat retning, men ikke altid.

3) Diversificeringens pointe

- **Spørgsmål:** Hvorfor giver det ikke nødvendigvis en lavere risiko blot at eje ”mange aktier”, hvis de er i samme branche?

Forventet svar: Hvis aktierne er i samme branche, har de ofte en høj positiv korrelation, fordi de påvirkes af de samme faktorer. Det betyder, at de typisk stiger og falder samtidig. At eje mange aktier i samme branche giver derfor ikke meget risikospredning. Risikoen reduceres kun en smule, selvom man har mange aktier.

Eksempel: Ejer man både Adidas og Nike, bliver begge hårdt ramt, hvis forbrugernes efterspørgsel på sportstøj falder.

- **Opfølger:** I eksemplet med Adidas og Nike, hvordan kan investoren reducere risikoen?

Forventet svar: Ved at sælge en af aktierne (f.eks. Adidas) og i stedet købe en aktie fra en anden branche (f.eks. en bank). På den måde spredes risikoen, fordi en bank ikke påvirkes af faldende efterspørgsel på sportstøj.

4) Kobling til porteføljerisiko (kvalitativt)

- **Spørgsmål:** Hvis korrelationen mellem to aktier falder fra $+0,5$ til $-0,5$, hvad sker der med porteføljerisikoen, og hvorfor?

Forventet svar: Porteføljerisikoen falder, fordi aktierne bevæger sig mere modsat hinanden, så tab på den ene aktie bliver delvist opvejet af gevinst på den anden aktie.

- **Opfølger:** Kan den samlede risiko blive mindre end risikoen for begge aktier hver for sig? Hvornår sker det?

Svar: Ja, ved tilstrækkeligt lav (helst negativ) korrelation.

5) Typiske misforståelser

- **Spørgsmål:** Hvis to aktier begge har et højt forventet afkast, er det så altid en god idé at kombinere dem?

Forventet svar: Ikke nødvendigvis. Hvis de er stærkt positivt korrelerede, kan den samlede risiko blive høj.

- **Spørgsmål:** Garanterer en negativ korrelation mellem aktierne et positivt samlet afkast?

Svar: Nej. Den reducerer risiko/udsving, men afgørende er stadig de enkelte afkast.